

## Využití GeoGebry ve výuce matematiky a geometrie Workshop na konferenci $3\mu$ 2016

Horní Lomná, 30. května – 1. června 2016

Dagmar Dlouhá Radka Hamříková Zuzana Morávková Radomír Paláček Petra Schreiberová Jana Volná Petr Volný

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie, VŠB - TU Ostrava

## GeoGebra institut v Ostravě

GeoGebra institut v Ostravě vznikl v lednu roku 2016 na KMDG při VŠB-TU Ostrava.

#### Co děláme?

- Poskytujeme uživatelům odbornou pomoc.
- Zvyšujeme informovanost o programu GeoGebra.
- Podporujeme a organizujeme tvorbu materiálů k výuce.
- Spolupracujeme s GeoGebra instituty v České republice.
- Organizujeme workshopy pro učitele všech typů a stupňů škol.

#### http://ggi.vsb.cz

V případě zájmu nebo jakýchkoliv otázek nás neváhejte kontaktovat.



## Ge&Gebra<sup>5</sup>

#### Co je GeoGebra?

- GeoGebra je dynamický volně dostupný matematický software pro všechny úrovně vzdělávání, který spojuje geometrii, algebru, tabulkový procesor, grafy, statistiku a analýzu do jednoho snadno použitelného balíčku.
- GeoGebra je rychle rostoucí komunita milionů uživatelů žijících prakticky ve všech zemích světa.
- GeoGebra se stala špičkovým poskytovatelem dynamického matematického softwaru podporujícího vědu, technologii, inženýrství a matematiku (STEM).

http://www.geogebra.org

#### Co se naučíte na našem workshopu?

#### Práce s tabulkou a nákresnou - hod kostkou

Petra Schreiberová (petra.schreiberova@vsb.cz)

Při vizualizaci mnoha problémů potřebujeme v GeoGebře využít jak tabulku, tak i nákresnu. Na jednoduchém příkladu z pravděpodobnosti si vyzkoušíme práci s tabulkou a ukážeme si možnosti propojení s nákresnou.

#### Rotační plochy v GeoGebře

Petr Volný (petr.volny@vsb.cz)

V rámci workshopu si vyrobíme jednoduchý applet pro generování rotačních ploch rotací křivky zadané parametrickými rovnicemi kolem osy *z*.

#### 3D modelování prostorových úloh v deskriptivní geometrii

Radka Hamříková, Dagmar Dlouhá (radka.hamrikova@vsb.cz, dagmar.dlouha@vsb.cz) Studentům dělá značné problémy představit si řešenou úlohu jen tak v hlavě. Často nedokáží propojit vlastnosti vytvářeného objektu s dílčími konstrukčními kroky. Propojení 2D a 3D Geo-Gebry nám dává možnost souběžně využívat to nejvýhodnější, co nám tato zobrazení nabízejí.

#### Konstrukce trojúhelníků

#### Radomír Paláček (radomir.palacek@vsb.cz)

Prostřednictvím vytvořeného appletu se seznámíme s geometrickými konstrukcemi některých vybraných trojúhelníků. V našem případě se omezíme na dvě úlohy. Applet bude obsahovat tlačítka pro přepínání mezi úlohami a také vlastní krokování konstrukce.

#### Síť jehlanu a kuželu v GeoGebře

#### Jana Volná (jana.volna@vsb.cz)

Připravili jsme pro vás dvě úlohy. V první úloze si ukážeme, jak pomocí interního příkazu GeoGebry vytvořit síť jehlanu. Ve druhé úloze se soustředíme na přípravu appletu pro rozvinutí kuželu a vytvoření jeho sítě.

#### Publikování a sdílení materiálů

#### Zuzana Morávková (zuzana.moravkova@vsb.cz)

Vytvořené materiály lze nahrát na web geogebra.org ve formě pracovních listů a tím je zpřístupnit dalším uživatelům, studentům nebo kolegům. Pracovní listy lze sdružovat do knih a připravit tak soubor úkolů nebo pomůcek k danému tématu. Pracovní listy i knihy mohou mít několik úrovní přístupu. Web geogebra.org nabízí html kód pro vložení na své vlastní webové stránky, kde se pomůcka zobrazí. Výhodou publikování materiálů na geogebra.org je možnost spuštění pracovních listů přímo v prohlížeči a to i pro uživatele, kteří nemají program GeoGebra nainstalován na svém zařízení.



## Využití GeoGebry ve výuce matematiky a geometrie $3\mu$ **2016**

### Práce s tabulkou a nákresnou - hod kostkou

### Petra Schreiberová

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie, VŠB-TU Ostrava

**Abstrakt:** Při vizualizaci mnoha problémů potřebujeme v GeoGebře využít jak tabulku, tak i nákresnu. Na jednoduchém příkladu z pravděpodobnosti si vyzkoušíme práci s tabulkou a ukážeme si možnosti propojení s nákresnou.

Úloha

Pomocí nákresny a tabulky znázorníme hody kostkou.

Autorka děkuje za podporu svému pracovišti.

## Příklad 1: Pravděpodobnost - hod kostkou

**Zadání:** Namodelujte hod kostkou a určete četnosti všech možných výsledků v různém počtu hodů. Porovnejte s pravděpodobností v jednom hodu (i graficky).

#### Řešení:

Nejdříve znázorníme kostku. V nákresně nebudeme potřebovat osy - pravým klikem do nákresny zobrazíme možnosti a klikneme na osy.





2.

Abychom dokázali graficky znázornit všechny možnosti (jedna až šest), vybereme nástroj bod a postupně do nákresny vyneseme 7 bodů.

Upravíme souřadnice bodů, aby byly body zarovnány a zrušíme zobrazení popisků u jednotlivých bodů (pravý klik na bod a odškrtnout Zobrazit popis).



Vybereme nástroj pravidelný mnohoúhelník a ohraničíme body. Zvolíme první stranu kostky a počet vrcholů dáme 4.

Zrušíme zobrazení vrcholů (2 z vrcholů jsou pomocné objekty) a zobrazení popisu mnohoúhelníku. Ve vlastnostech mnohoúhelníku lze upravit barva, průhlednost a styl stran. Objekty znázorňující kostku upevníme (ve vlastnostech).

Nyní začneme modelovat hod kostkou.

Ve vstupu nadefinujeme hodnotu proměnné pro daný hod. 3. Vstup: n=NahodneMezi[1, 6]

Každému bodu upravíme vlastnost zobrazení pro všechny možnosti (1 až 6) - vlastnosti, pro pokročilé a podmínky zobrazení objektu.

4.	•	Bod se zobrazí v případě hodu 4,5,6 $\Rightarrow$ do podmínky zobrazení zapíšeme $(n \ge 4) \land (n \le 6)$ .
5.	•	Bod se zobrazí v případě hodu 2,3,4,5,6 $\Rightarrow$ do podmínky zobrazení zapíšeme $n \ge 2$ .
6.	•	Bod se zobrazí pouze při hodu 6 $\Rightarrow$ do podmínky zobrazení zapíšeme $n = 6$ .
7.	•	Bod se také zobrazí pouze při hodu 6 $\Rightarrow$ do podmínky zobrazení zapíšeme $n = 6$ .
8.	•	Bod se zobrazí při hodu 1,3,5 $\Rightarrow$ do podmínky zobrazení zapíšeme $n = 1 \lor n = 3 \lor n = 5$ .
9.	•	Bod se zobrazí v případě hodu 2,3,4,5,6 $\Rightarrow$ do podmínky zobrazení zapíšeme $n \ge 2$ .
10.	•	Bod se zobrazí v případě hodu 4,5,6 $\Rightarrow$ do podmínky zobrazení zapíšeme $n \ge 4$ .

Vytvoříme tlačítko pro simulaci hodu.

11.	OK	Vybereme nástroj tlačítko a v nákresně vytvoříme tlačítko pro házení- popisek "Há-
		zej".

Pro záznam výsledku hodu nadefinujeme seznam *hod* a pro počet hodů novou proměnnou *po-čet*.

12.	Vstup: počet=0	Do vstupního pole zadáme "počet=0".
13.	Vstup: hod={0,0,0,0,0,0}	Do vstupu nadefinujeme seznam, kde každý prvek seznamu bude re- prezentovat, kolikrát padl daný výsledek (1-6).

Ve vlastnostech tlačítka Házej, položka Skriptování (Po kliknutí) nadefinujeme hod kostkou.

Zál	kla	dní	Те	xt	Barva	Styl	Pro pokročilé	Skriptování
Po kliknutí Po aktualizaci Globální JavaScript					Script			
	1	n=1	n=NahodneMezi[1,6]					
	2	NastavitHodnotu[počet,počet+1]						
	3	3 NastavitHodnotu[hod,n,hod(n)+1]						

V nákresně zobrazíme co jsme právě hodili i kolikrát jsme již házeli.



Pomocí nástroje text kliknutím do nákresny postupně vytvoříme dva texty, do prvního napíšeme "Hodil jsi (z Objekty vybereme) n." a do druhého "Počet hodů: (z Objekty vybereme) počet".

Ve vlastnostech texty upevníme a můžeme změnit velikost textu, barvu, atd. Text pro zobrazení,

co jsme hodili, můžeme zobrazit pouze v případě nenulového počtu hodů. Ve vlastnostech Pro pokročilé zadáme do podmínky zobrazení  $počet \neq 0$ .

Poslední, co potřebujeme pro modelování hodu kostkou je tlačítko pro vynulování hodů.

Vybereme nástroj tlačítko a v nákresně vytvoříme tlačítko pro vynulování - popisek 15. OK "Vynuluj".

Ve vlastnostech tlačítka Vynuluj, položka Skriptování (Po kliknutí) nastavíme proměnnou počet na 0 a seznam hod také vynulujeme.

	Zákla	dní	Те	xt	Barva	Styl	Pro pokročilé	Skriptování
Po kliknutí			utí	Pc	aktual	zaci	Globální JavaS	Script
	1 2	NastavitHodnotu[počet,0] hod={0,0,0,0,0,0}				et,0]		

Začneme výsledky hodů zapisovat do tabulky a určíme četnosti všech možností a porovnáme s pravděpodobností výsledku.

V menu Zobrazit klikneme na Tabulka. Do buňky A1-D1 postupně napíšeme výsledek, pravděpodobnost, četnost a rel. četnost. Do sloupečku A, buňky A2-A7, zadáme postupně 1-6. Do sloupce B zadáme pravděpodobnost každého výsledku, do B2 zadáme funkci (=1/6). Ve sloupečku C budeme zobrazovat výsledky hodů, využijeme k tomu vytvořeného seznamu.

16.	=Prvek[hod, A2]	Do buňky C2 zadáme funkci pro zobrazení prvku ze seznamu.
17.	=C2 / počet	Do buňky D2 zadáme funkci pro výpočet relativní četnosti.
18.	0.	Klikneme do buňky B2 (C2,D2) a za pravý dolní roh potáhneme do buňky B7(C7,D7).

V řádku pod vytvořenou tabulkou můžeme zobrazit součet.

19.	$\Sigma_{a}$	Klikneme do buňky B8, zvolíme nástroj suma a označíme buňky B2-B7.
20.	0	Buňku B8 za pravý dolní roh potáhneme do buňky D8.

Porovnání relativní četnosti pro výsledky 1-6 s pravděpodobností výsledku znázorníme graficky. Zobrazíme Nákresnu 2, umístíme ji pod tabulku a upravíme osy. Z tabulky vytvoříme body pro zobrazení pravděpodobnosti, označíme buňky A2-B7, klikneme pravým tlačítkem a vybereme Vytvořit → Seznam bodů. Ve vlastnostech bodů odškrtneme Zobrazit popis a můžeme upravit barvu, velikost, vzhled bodů.

Vytvoříme histogram.

21. Kup SloupcovyGraf Scanam det Scanam det Stand a
--

Ve vlastnostech grafu změníme viditelnost popisku a opět můžeme upravit vzhled.



# GeoGebra<sup>5</sup>

## Využití GeoGebry ve výuce matematiky a geometrie $3\mu$ **2016**

## Rotační plochy v GeoGebře

## Petr Volný

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie, VŠB-TU Ostrava

**Abstrakt:** V rámci workshopu si vyrobíme jednoduchý applet pro generování rotačních ploch rotací křivky zadané parametrickými rovnicemi kolem osy *z*.

GeoGebra je výborný nástroj pro tvorbu a práci s dynamickými modely ve 3D. Naším úkolem bude seznámit se s možnostmi GeoGebry pro manipulace s 3D objekty. Prostředkem nám budou rotační plochy, která vyrobíme pomocí rotace parametricky zadané křivky kolem osy z. Pro jednoduchost umístíme křivku do nárysné roviny, tj. do roviny xz.

V první části workshopu si ukážeme matematickou reprezentaci rotací v rovině a poté v prostoru. Poznatky využijeme při tvorbě appletu.

Pracujeme s GeoGebrou verze 5.0.236.0-3D.

Autor děkuje za podporu svému pracovišti.

Pro rotaci v rovině o úhel v



se dají odvodit následující rovnice

$$x' = x \cos v - y \sin v,$$
  
$$y' = x \sin v + y \cos v.$$

V maticové reprezentaci mají rovnice pro rotaci v rovině vyjádření

$$\begin{pmatrix} x'\\y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos v & -\sin v\\ \sin v & \cos v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x\\y \end{pmatrix}.$$

Budeme-li požadovat v prostoru rotaci kolem osy *z*, pak rovnice rotace včetně jejich maticové reprezentace dostáváme jako jednoduchý důsledek rotace v rovině s tím, že *z*-ová souřadnice se nemění,

$$\begin{array}{l} x' = x\cos v - y\sin v \\ y' = x\sin v + y\cos v \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos v & -\sin v & 0 \\ \sin v & \cos v & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Křivkou v prostoru rozumíme spojité zobrazení  $\zeta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ ,  $(u) \mapsto (x(u), y(u), z(u))$ . Příkladem prostorové křivky umístěné do nárysné roviny (y = 0) je  $\zeta : x = u$ , y = 0,  $z = 3 \sin u$ . Rotační plochou rozumíme spojité zobrazení  $\rho : \mathbb{R} \times S^1 \to \mathbb{R}^3$ ,  $(u, v) \to (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$  ( $S^1$  je kružnice). Tedy

$$\begin{pmatrix} x(u,v)\\y(u,v)\\z(u,v) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos v & -\sin v & 0\\\sin v & \cos v & 0\\0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(u)\\y(u)\\z(u) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(u)\cos v - y(u)\sin v\\x(u)\sin v + y(u)\cos v\\z(u) \end{pmatrix}$$

Omezíme-li se pouze na křivky umístěné do nárysny (y = 0), rovnice rotační plochy se zjednoduší,

$$\begin{aligned} x(u,v) &= x(u)\cos v, & x(u,v) = u\cos v, \\ y(u,v) &= x(u)\sin v, \quad \Rightarrow \quad y(u,v) = u\sin v, \\ z(u,v) &= z(u), & z(u,v) = 3\sin u. \end{aligned}$$

#### $3\mu$ 2016

## Příklad 2: Rotační plochy

Zadání: Sestrojte rotační plochu rotací testovací křivky kolem osy z.

#### Konstrukce

1.		Po otevření GeoGebry vybereme položku Algebra, zobrazíme 3D nákresnu Zobrazit $\rightarrow$ Grafický náhled 3D
2.	<b>\</b>	Pomocí tohoto nástroje posuneme nákresny podle potřeby.
3	Vstup:	Zadáme hodnoty: umin=0, umax=pi.
4.	Vstup:	Zadáme testovací funkce: f1(u)=u, f2(u)=0, f3(u)=3sin(u). Funkce skry-
		jeme.
	_	Vybereme nástroj Textové pole, popisek x=, propojený objekt f1. Podobně pro
5.	a = 1	y= textové pole propojíme s f2 a z= s f3. Vytvoříme textová pole také pro umin
		<b>a</b> umax.
6.	Vstup:	Vytvoříme testovací křivku, Krivka[f1(u),f2(u),f3(u),u,umin,umax].



7.	a=2	Vytvoříme posuvník; Úhel, Název: rotace, Interval: od 0 do 360°.
8.	Vstup:	Vytvoříme rotační plochu: Plocha[f1(u)cos(v),f1(u)sin(v),f3(u),u,
		umin,umax,v,0,rotace].

🕼 GeoGebra		
Soubor Úpravy Zobrazit Nastavení Nástr	oje Okno Nápověda	Přihlásit
		5 C ? *
▶ Algebraické okno	▶ Nákresna 🛛	<ul> <li>Grafický náhled 3D</li> </ul>
- Funkce	(7.4, 13.94)	
f1(u) = u		
0 f2(u) = 0	x= u	
$f3(u) = 3 \sin(u)$		
- Parametrická křivka	-	
x = u $y = 0$ $0 \le u \le \pi$	y= 0	5 🛊 👘 👘
$z = f3(u) \int \frac{dz}{dz} $		
- Plocha	2= 3sin(u)	the second
		and the second sec
$b(u,v) = \begin{bmatrix} fl(u) \sin(v) \end{bmatrix}$	umin= 0	
f3(u) /		
– Úhel	umax= π	
rotace = 360°		
$-$ umax = $\pi$		
umin = 0	rotace = 360*	
		$7^8$ $-2$ $-7$ $-7$ $-7$
4 III 4	(13.42, 2.58)	
Vstup:		• 3

Nyní můžeme vyzkoušet jednotlivé nástroje pro editaci plochy a manipulaci s nákresnou.

Úkol: Zkuste vytvořit další rotační plochy, např. sféru, paraboloid, hyperoloid, kužel, katenoid, atd.

Závěrem uvedeme způsob, jak vytvořít síť polomeridiánů a rovnoběžek na rotační ploše.

9.	a=2	Vytvoříme posuvník; Název: rovnobezka, Interval: od 1 do 10, Krok: 1.
10.	Vstup:	Posloupnost[Krivka[n*cos(v),n*sin(v),f3(n),v,0,2π],n,0,umax, umax/rovnobezka]
11.	a=2	Vytvoříme posuvník; Název: polednik, Interval: od 1 do 10, Krok: 1.
10.	Vstup:	Posloupnost[Rotace[a, $2\pi$ n/polednik],n,0,polednik-1]



## Využití GeoGebry ve výuce matematiky a geometrie $3\mu$ **2016**

### 3D modelování prostorových úloh v deskriptivní geometrii

### Radka Hamříková, Dagmar Dlouhá

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie, VŠB-TU Ostrava

**Abstrakt:** Studentům dělá značné problémy představit si řešenou úlohu jen tak v hlavě. Často nedokáží propojit vlastnosti vytvářeného objektu s dílčími konstrukčními kroky. Propojení 2D a 3D GeoGebry nám dává možnost souběžně využívat to nejvýhodnější, co nám tato zobrazení nabízejí.

Autorky děkují za podporu svému pracovišti.

Sestrojte kulovou plochu, je-li dána její tečná rovina  $\tau$  s bodem dotyku T a další bod K plochy. Úlohu řešte v kótovaném promítání.

Hlavním cílem je zjednodušit studentům konstrukci, naučit je využívat GG v deskriptivní geometrii a zpřehlednit výsledek.



Naším cílem je najít střed a poloměr kulové plochy. Střed leží na kolmici k tečné rovině, která prochází bodem dotyku. Dále leží v rovině souměrnosti úsečky TK. Poloměr je roven vzdálenosti středu S od bodu T.

Konstrukce:

- 1. kolmice k tečné rovině, která prochází bodem dotyku,
- 2. střed úsečky TK,
- 3. rovina kolmá k úsečce TK jejím středem,
- 4. průsečík kolmice a roviny souměrnosti,
- 5. poloměr r = |ST|.

## Příklad 3: Kulová plocha

**Zadání:** Sestrojte kulovou plochu, je-li dána její tečná rovina  $\tau = ABT$ , A = [4, 0, 0], B = [0, 6, 0], T = [1, 1, 3] s bodem dotyku T a další bod K = [6, 6, 2] plochy.

Po spuštění programu si vybereme z nabídky 3D grafika. Dále zvolíme Zobrazit - Nákresna.



#### Konstrukce

1.	•^	zadání, zadáme body v souřadnicích do příkazového řádku $A = (4,0,0), B = (0,6,0), T = (1,1,3), K = (6,6,2)$ , body $A, B$ se zobrazují jak ve 3D, tak i v nákresně
2.	•	zvolíme tlačítko 'rovina třemi body', klikneme na body $A,B,T$ , $ au=ABT$
3.	8	tlačítkem 'průnik ploch' sestrojíme stopu roviny $\tau,$ vybereme zadanou rovinu a půdorysnu, $p_1^\tau=\tau\cap\pi$
4.	4	bod $T$ promítneme do půdorysny, vedeme přímku bodem $T$ kolmo k půdorysně
5.	$\succ$	najdeme průsečík kolmice a průmětny, zrušíme jeho popis
6.	ABC	ručně přejmenujeme na $T_1(3)$ , bod se objeví také v nákresně
7.	-	bod $K$ promítneme do půdorysny, vedeme přímku bodem $K$ kolmo k půdorysně
8.	$\succ$	najdeme průsečík kolmice a průmětny, zrušíme jeho popis
9.	ABC	ručně přejmenujeme na $K_1(2)$ , bod se objeví také v nákresně
10.		bodem $T$ vedeme kolmici $k$ k rovině $ au$
11.	1	bodem $T_1$ v nákresně vedeme kolmici $k_1$ ke stopě roviny $ au$ , objeví se i ve 3D
12.	$\boldsymbol{\times}$	stopník $P$ přímky $k$ najdeme ve 3D, jako průsečík $k$ a $k_1$ , objeví se i v nákresně, přejmenujeme na $P_1=P$
13.	~	spojíme body T a K ve 3D, budeme konstruovat rovinu $\beta \bot KT \land o \in \beta$
14.	~	spojíme body $T_1$ a $K_1$ ve 3D, úsečka se objeví i v nákresně
15.	•	najdeme střed $O$ úsečky $TK$
16.		bod <i>O</i> promítneme do půdorysny, vedeme přímku bodem <i>O</i> kolmo k půdorysně
17.	ABC	ručně přejmenujeme na $O_1$ , bod se objeví také v nákresně
18.	•	bodem $O$ vedeme rovinu $\phi$ kolmou k $TK$
19.	8	tlačítkem 'průnik ploch' sestrojíme stopu roviny $\phi,$ vybereme zadanou rovinu a půdorysnu

20.	$\succ$	střed $S$ najdeme jako průsečík $k$ a roviny $\phi$
21.	•	bod $S$ promítneme do průmětny, bodem vedeme přímku kolmou k průmětně
22.	$\succ$	bod $S_1$ najdeme jako průsečík kolmice bodem $S$ a průmětny, objeví se i v nákresně
23.	cm ,	poloměr $r$ je roven vzdálenosti bodů $S$ a $T$
24.		sestrojíme hledanou kulovou plochu
25.	O,	průmět kulové plochy sestrojíme v nákresně, střed je $S_1$ a poloměr $r$ je roven vzdálenosti bodů $S$ a $T$



## Využití GeoGebry ve výuce matematiky a geometrie $3\mu$ **2016**

### Konstrukce trojúhelníků

Radomír Paláček

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie, VŠB-TU Ostrava

**Abstrakt:** Prostřednictvím vytvořeného appletu se seznámíme s geometrickými konstrukcemi některých vybraných trojúhelníků. V našem případě se omezíme na dvě úlohy. Applet bude obsahovat tlačítka pro přepínání mezi úlohami a také vlastní krokování konstrukce.

Konstrukce trojúhelníků

#### Úloha 1: Sestrojte trojúhelník $\triangle ABC$ , pokud znáte $a + b + c = 13 \, cm$ , $\alpha = 80^{\circ}$ a $\beta = 35^{\circ}$ .

#### Úloha 2:

Sestrojte trojúhelník  $\triangle ABC$ , pokud znáte a - b = 5 cm,  $\alpha = 80^{\circ}$  a  $\beta = 35^{\circ}$ .

Autor děkuje za podporu svému pracovišti.

## Příklad 4: Konstrukce trojúhelníků

#### Zadání:

Vytvořte applet, který nám ukáže, jakým způsobem můžeme sestrojit dva vybrané trojúhelníky. Applet bude obsahovat tlačítka pro krokování konstrukce a přepínání mezi úlohami.



Obrázek 1: Náhled na aplet.

#### Konstrukce

Samotnou konstrukci můžeme tematicky rozdělit na dvě části. Nejdříve vytvoříme tlačítka, která budou sloužit pro přepínání mezi jednotlivými úlohami a krokování postupu konstrukce. Teprve poté se budeme zabývat konstrukcemi jednotlivých úloh.

K vytvoření appletu budeme používat obě nákresny, které GeoGebra nabízí. Do jedné umístíme všechna tlačítka a ve druhé se budou nacházet zadání jednotlivých příkladů a samotné konstrukce. Osy nebudou v žádné z nich potřeba a můžeme je tedy vypnout.

#### Ovládací tlačítka

Zapneme druhou nákresnu a umístíme do ní podle obrázku 1 následující texty a tlačítka.

1.	ABC	"Úloha:"
2.	ABC	"Krokování konstrukce:"
3.	Vstup:	Postupně zavedeme několik proměnných a nastavíme jejich počáteční hodnoty: uloha=1, pocetKroku=8, krok=0. (Ve vlastnostech u proměnné krok na kartě <i>Posuvník</i> nastavíme min: na 0 a max: na pocetKroku.)
4.	OK	<pre>Vložíme tlačítka pro přepínání mezi jednotlivými úlohami: 1 2. Do GeoGebra skriptu u tlačítkal napíšeme: NastavitHodnotu[uloha,1] NastavitHodnotu[krok,0] NastavitHodnotu[pocetKroku,9] NastavitBarvuPozadi[tlačítkol,"lightgray"] NastavitBarvuPozadi[tlačítko2,"default"] Obdobně u tlačítka2, jen s tím rozdílem, že u proměnné uloha nastavíme hodnotu na 2 a pocetKroku na 8. Dále si tlačítkol a tlačítko2 navzájem vymění nastavovanou barvu pozadí (poslední dva řádky).</pre>
5.	OK	Vložíme tlačítka pro krokování konstrukce:   skriptu jednotlivých tlačítek napíšeme:   NastavitHodnotu[krok,0]   NastavitHodnotu[krok,krok-1]   NastavitHodnotu[krok,krok+1]   NastavitHodnotu[krok,pocetKroku]



Pozn: Jednotlivé obrázky, které jsou na tlačítkách, můžeme vybrat ve vlastnostech každého z nich na kartě Styl (obrázek 2).

Vybrat ze souboru           Vybrat ze souboru           Vybrat ze souboru           Vybrat ze souboru           Vybrat ze souboru	-(	Obrázky	/			
		Þ⊅	•	V	ybrat ze	souboru
		$\times$	₽	♠	4	]
		\$	⊳	~	M	
		123	⊳	00	×	

Obrázek 2: Možnosti výběru obrázků na tlačítka.

Nežli přejdeme ke konstrukci jednotlivých úloh, tak do nákresny, ve které budeme dělat konstrukce trojúhelníků ještě napíšeme text, který bude společný pro obě úlohy.

7. ABC "Zadání: Sestrojte $\triangle ABC$ , pokud znáte"	
--	--

Nyní již přejdeme k jednotlivým úlohám.

#### První úloha

Sestrojte trojúhelník  $\triangle ABC$ , pokud znáte a + b + c = 13 cm,  $\alpha = 80^{\circ}$  a  $\beta = 35^{\circ}$ .



Obrázek 3: Rozbor úlohy provedený v GeoGebře.

Při konstrukci trojúhelníku budeme vycházet ze skutečností, že  $\triangle C_1 A C$  a  $\triangle B C_2 C$  jsou rovnoramenné, a že součet vnitřních úhlů trojúhelníku je 180°. Situace je znázorněna na obrázku 3.

1		Postupně zavedeme tři proměnné a nastavíme jejich počáteční hodnoty:
1.	Vstup:	abc=13, $\alpha$ = 80° a $\beta$ = 35°.
		Vložíme do nákresny tři textová pole a propojíme je postupně s proměnnými ${ m abc}, lpha$
2.	a=1	a $\beta$ . U textového pole pro proměnnou abc nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i>
		<b>na</b> uloha=1.
		Vložíme do nákresny úsečku s pevnou délkou abc. Krajní body označíme jako C1
3.	a	a C <sub>2</sub> . U úsečky i obou bodů nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha=1 ∧
	•	$krok \geq 1.$
1	•	úhel $C_2C_1B'$ o velikosti $\frac{\alpha}{2}$ (úhel dané velikosti, proti směru hodinových ručiček).
4.	4	U bodu B' a úhlu nasťavíme Podmínky zobrazení objektu: uloha= $1 \land krok \ge 2$ .
	-	Polopřímka C <sub>1</sub> B'.
5.	•	Nastavíme Podmínky zobrazení objektu: uloha= $1 \land krok \ge 2$ .
<u> </u>	•	úhel $C_1C_2A'$ o velikosti $\frac{\beta}{2}$ (úhel dané velikosti, ve směru hodinových ručiček).
0.	4	U bodu A' a úhlu nasťavíme Podmínky zobrazení objektu: uloha= $1 \land krok \ge 3$ .
7	~	Polopřímka C <sub>2</sub> A'.
/.	~	Nastavíme Podmínky zobrazení objektu: uloha= $1 \land krok \ge 3$ .
L	1	

8.	$\boldsymbol{\times}$	Průsečík polopřímek $C_1B'$ a $C_2A'$ . Bodu dáme popisek C. Nastavíme Podmínky zobrazení objektu: uloha=1 $\land$ krok $\ge 4$ .
9.	$\succ$	Osa úsečky $C_1C$ . Nastavíme styl na čárkovaně, barvu světle šedou a popisek $o_1$ . Nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha=1 $\land$ krok $\ge 5$ .
10.	$\succ$	Průsečík osy $o_1$ a úsečky $C_1C_2$ . Bodu dáme popisek A. Nastavíme Podmínky zobrazení objektu: uloha=1 $\land$ krok $\ge 6$ .
11.	$\succ$	Osa úsečky $C_2C$ . Nastavíme <i>Styl čar</i> na čárkovaně, barvu světle šedou a popisek $o_2$ . Dále nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha=1 $\land$ krok $\ge$ 7.
12.	$\succ$	Průsečík osy $o_2$ a úsečky $C_1C_2$ . Bodu dáme popisek B. Nastavíme Podmínky zobrazení objektu: uloha=1 $\land$ krok $\ge 8$ .
13.	$\triangleright$	Spojíme body A, B a C (zbarvíme červeně, neprůhlednost 0, tloušťka čáry 4). Nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha= $1 \land krok \ge 9$ .

#### Druhá úloha

Sestrojte trojúhelník  $\triangle ABC$ , pokud znáte a - b = 5 cm,  $\alpha = 80^{\circ}$  a  $\beta = 35^{\circ}$ .



Obrázek 4: Rozbor úlohy provedený v GeoGebře.

Označme  $\gamma = 180^{\circ} - \alpha - \beta$ . Dále si musíme uvědomit, že  $\triangle CKA$  je rovnoramenný trojúhelník a tedy

$$\gamma + \varphi + \varphi = 180^{\circ} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \frac{180^{\circ} - \gamma}{2} = 90^{\circ} - \frac{\gamma}{2}.$$

Dále

$$\omega + \varphi = 180^{\circ} \quad \Rightarrow \quad \omega = 180^{\circ} - (90^{\circ} - \frac{\gamma}{2}) = 90^{\circ} + \frac{\gamma}{2}.$$

Rozbor úlohy je naznačen na obrázku 4.

Předtím než se pustíme do druhé úlohy si připomeneme, že proměnné  $\alpha$  a  $\beta$  již máme definovány z úlohy předchozí a bude nám tedy postačovat, když zavedeme pouze proměnnou pro rozdíl stran a - b. Nazveme ji *aminusb*. Z rozboru úlohy dále plyne, že známe také úhel při vrcholu *C*, označovaný jako  $\gamma$ . Tuto hodnotu budeme také definovat ve vstupu.

1.	Vstup:	Postupně zavedeme čtyři proměnné a nastavíme jejich počáteční hodnoty na aminusb=5 a $\gamma = 180^{\circ} - \alpha - \beta$ .
2.	a=1	Vložíme do nákresny textové pole a propojíme s proměnnou aminusb. Nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> na uloha=2.
3.	a •	Vložíme do nákresny úsečku s pevnou délkou aminusb. Jeden krajní bod označíme jako K a druhý jako B. Popisek bude a-b. U úsečky a obou bodů nastavíme Podmínky zobrazení objektu: uloha= $2 \wedge \text{krok} \ge 1$ .
4.	4	úhel KBF' o velikosti $\beta$ (úhel dané velikosti, ve směru hodinových ručiček). U bodu F' a úhlu nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha=2 $\land$ krok $\ge 2$ .
5.	•~	Polopřímka BF'. Nastavíme Podmínky zobrazení objektu: uloha= $2 \land krok \ge 2$ .
6.	4	úhel BKG' o velikosti $90^{\circ} + \frac{\gamma}{2}$ (úhel dané velikosti, proti směru hodinových ručiček). Nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha= $2 \wedge \text{krok} \geq 3$ .
7.	•_•	Polopřímka KG'. Nastavíme Podmínky zobrazení objektu: uloha= $2 \land krok \ge 3$ .
8.	$\times$	Průsečík polopřímek KB' a BK'. Bodu dáme popisek A. Nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha=2 ∧ krok ≥ 4.
9.	4	úhel $BAG'_1$ o velikosti $\alpha$ (úhel dané velikosti, ve směru hodinových ručiček). Nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha=2 $\land$ krok $\ge$ 5.
10.	• •	Polopřímka AG <sub>1</sub> . Nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha= $2 \land krok \ge 5$ .
11.	• •	<b>Polopřímka</b> BK. Nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : $uloha=2 \land krok \ge 6$ .
12.	$\succ$	Průsečík polopřímek BK a $AG'_1$ . Bodu dáme popisek C. Nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha= $2 \land krok \ge 7$ .
13.	$\triangleright$	Spojíme body A, B a C (zbarvíme červeně, neprůhlednost 0, tloušťka čáry 4). Nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : uloha= $2 \land krok \ge 8$ .



## Využití GeoGebry ve výuce matematiky a geometrie $3\mu$ **2016**

## Síť jehlanu a kuželu v GeoGebře

Jana Volná

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie, VŠB-TU Ostrava

**Abstrakt:** Připravili jsme pro vás dvě úlohy. V první úloze si ukážeme, jak pomocí interního příkazu GeoGebry vytvořit síť jehlanu. Ve druhé úloze se soustředíme na přípravu appletu pro rozvinutí kuželu a vytvoření jeho sítě.

Pracujeme s GeoGebrou verze 5.0.238.0-3D.



Autorka děkuje za podporu svému pracovišti.

#### GeoGebra obsahuje pro tvorbu sítě hranatých těles příkaz

```
Sit[ <Mnohostěn>, <Číslo> ]
nebo
Sit[ <Mnohostěn>, <Číslo>, <Stěna>, <Hrana>, <Hrana>, ... ]
V prvním příkladě si ukážeme, jak můžeme použít první jednodušší variantu příkazu pro vy-
tvoření sítě rozevírající se do roviny podstavy jehlanu. V druhém příkladě si vytvoříme vlastní
rozevírající se síť rotačního kuželu, protože příkaz Sit se nedá použít pro rotační tělesa.
```

### Příklad 5: Síť jehlanu

**Zadání:** Sestrojte síť čtyřbokého jehlanu s vrcholy A=(0,0,0), B=(2,-3,0), C=(3,-2,0) a D=(2,0,2).

#### Konstrukce

1.		Otevřeme GeoGebru, zobrazíme Nákresnu a Grafický náhled 3D.
2		Do vstupního pole zadáme postupně čtyři body A=(0,0,0), B=(2,-3,0),
۷.	Vstup:	C=(3,-2,0) a $D=(2,0,2)$ .
		Sestrojíme jehlan. Klikneme do 3D okna, označíme ikonu Jehlan, a myší po-
3.		stupně vybereme body A, B, C, A, D (první čtveřice začínající a končící stej-
		ným bodem A vytvoří podstavu jehlanu, poslední bod D bude vrcholem jehlanu.)
Λ	a=2	V Nákresně vytvoříme posuvník; Název: p, Interval: od 0 do 1, Krok: 0.01. Po
4.	<b>-</b>	vytvoření posuvníku přepneme na ikonu Ukazovátko.
5.	Vstup:	Vytvoříme síť jehlanu b=Sit[a,p], kde a je název jehlanu a p je název posuv-
		níku. Ve vlastnostech sítě můžeme nastavit např. barvu, neprůhlednost, tloušťku
		čáry, zobrazení popisů, Změnou hodnoty posuvníku p (posunem nebo zapnu-
		tím animace) můžeme přecházet od sítě zcela rozevřené do roviny podstavy (p=1)
		až k síti, která tvoří zadaný jehlan (p=0).

Poznámka 1: Krok 4 lze vynechat. Pokud není posuvník nebo číslo p definované, pak při zadání b=Sit[a,p] GeoGebra nabídne možnost vytvořit posuvník s názvem p, po jeho vytvoření můžeme ve vlastnostech nastavit požadované rozmezí Intervalu (vždy od 0 do 1 pro parametr sítě) a Krok.

Poznámka 2: Pokud máme sestrojený jehlan s názvem a, pak můžeme příkazem Sit[a,1] vytvořit rovnou rozevřenou síť jehlanu a. Jehlan se dá také zkonstruovat přímo z příkazového řádku pomocí příkazu Jehlan[<Bod>,<Bod>,<Bod>,<Bod>,...] s uvedením souřadnic vrcholů. Zkombinujeme-li tyto dvě možnosti, dostaneme řešení zadaného příkladu pomocí jediného příkazu pom=Sit[Jehlan[(0,0,0),(2,-3,0),(3,-2,0),(2,0,2)],1].

## Příklad 6: Síť kuželu

**Zadání:** Sestrojte síť rotačního kuželu s osou rotace rovnoběžnou s osou z, se středem podstavy v bodě S=(3,2,0), poloměrem podstavy r=3 a výškou vyska=4.



#### Řešení:

Řešení úlohy rozdělíme na několik částí. V první části sestrojíme rotační kužel a výsledný plášť v rovině podstavy (využijeme znalost středového úhlu kruhové výseče představující plášť kuželu).



V dalších dvou částech vytvoříme rozevírající se síť kuželu v závislosti na hodnotě posuvníku p, podobně jako pracuje nástroj Sit pro hranatá tělesa. Zvlášť budeme konstruovat hraniční křivky sítě a zvlášť plochu sítě.

Následující tabulka ukazuje postup pro první část řešení. V bodech 1-7 sestrojíme zadaný kužel spolu s posuvníky, které později umožní změnu zadaného kuželu. V bodech 8-11 sestrojíme výslednou síť v rovině podstavy tvořenou podstavou (kruhem) c a pláštěm (kruhovou výsečí) plast.

#### Konstrukce

1.		Otevřeme GeoGebru, zobrazíme Nákresnu a Grafický náhled 3D.
2.	Vstup:	Zadáme bod $S = (3, 2, 0)$ .
3	a=2	Vytvoříme posuvník; Název: r, Interval: od 0.1 do 5, Krok: 0.05. Nastavíme
0.		posuvník na hodnotu r=3.

4.	a=2	Vytvoříme posuvník; Název: vyska, Interval: od 0.1 do 8, Krok: 0.1. Nastavíme
		<b>posuvník na hodnotu</b> vyska=4.
5		Zadáme vrchol kuželu V=S+(0,0,vyska) ve vzdalenosti vyska od středu pod-
5.	Vstup:	stavy S v kladném směru osy z.
6		Zadáme bod A=S+(r,0,0) na hraniční kružnici podstavy ve vzdalenosti r od
0.	Vstup:	středu podstavy S v kladném směru osy x.
		Sestrojíme kužel. V nabídce nástrojů 3D nákresny vybereme nástroj Kužel, ozna-
7		číme nejdříve bod s (střed podstavy), pak bod $v$ (vrchol) a doplníme poloměr r.
/.	-	Vytvořený kužel se jmenuje $a$ , jeho podstava má označení $c$ a jeho nerozvinutý
		plášť má označení b.
Q	Vstup:	Vytvoříme površku s=Usecka[A,V], jejíž délka bude určovat poloměr kruhové
o.		výseče tvořící rozvinutý plášť kuželu.
9.	Vstup:	Sestrojíme střed kruhové výseče V' =A+ (s, 0, 0).
10.	Vstup:	Otočením bodu A kolem středu výseče V' o polovinu středového úhlu $\alpha = 2\pi r/s$
		v kladném a záporném směru získáme krajní body výseče, do vstupu zapíšeme
		<b>nejdříve</b> $B_1$ =Rotace[A,- $\pi$ r/s,V'], <b>pak</b> $B_2$ =Rotace[A, $\pi$ r/s,V'].
	Vstup:	Sestrojíme kruhovou výseč plast=KruhVysec3Body[B <sub>1</sub> , A, B <sub>2</sub> ]. Podle potřeby
11.		upravíme vlastnosti sestrojených objektů (barvy, neprůhlednost, tloušťka čáry).
		Kruhová výseč plast spolu s kružnicí c tvoří rozevřenou síť kuželu.

V následující části budeme tvořit hraniční křivky rozevírající se sítě rotačního kuželu (dvě úsečky a jeden kruhový oblouk). Nejdříve sestrojíme pomocný kužel PomKuzel, který bude vznikat ze zadaného kuželu zvětšováním poloměru podstavy R při zachování površky s=AV. Na obrázku si můžeme všimnout, že střed podstavy T pomocného kuželu bude vždy ležet na Thaletově kružnici nad průměrem AV (výška rotačního kuželu je vždy kolmá k rovině podstavy, proto jsou úhly ASV a ATV pravé).



Pro naši potřebu použijeme z Thaletovy kružnice jen oblouk mezi body S a V. Na tomto oblouku se bude v závislosti na parametru p pohybovat bod T (střed podstavy pomocného kuželu). Na plášti pomocného kuželu vyznačíme dvě úsečky ohraničující část pláště o stejném obsahu jako je obsah celého pláště zadaného kuželu (počátečním bodem dvou hraničních úseček je vrchol V, koncové body leží na podstavné kružnici a vymezují na podstavné kružnici oblouk se středovým úhlem  $2\pi r/R$ , tento oblouk tvoří poslední část hranice). Výslednou hranici na pomocném kuželu budeme rotovat kolem osy rovnoběžné s osou y procházející bodem A o úhel, který bude podle hodnoty posuvníku p nabývat hodnoty od úhlu 0 po úhel ( $\pi$  - Uhel[S, A, V]).

12.	a=2	Vytvoříme posuvník; Název: p, Interval: od 0 do 1, Krok: 0.05.
13	Veture	Vytvoříme část Thaletovy kružnice nad průměrem AV mezi body S a V, do vstupu
10.		<pre>napíšeme Th=KruhObloukUhlu[(A+V)/2,S,V].</pre>
14.	Vstup:	Sestrojíme bod T=Bod[Th,p] na oblouku Th odpovídající parametru p.
15		Spočítáme poloměr podstavy R pomocného kuželu pomocí vzdálenosti bodů, na-
15.	Vstup:	<b>píšeme</b> R=Vzdalenost[A,T].
16.	Vstup:	Sestrojíme pomocný kužel PomKuzel=Kuzel[T,V,R].
17.	Vstup:	Nastavíme hodnoty úhlů UhelMin= $-\pi r/R$ a UhelMax= $\pi r/R$ .
18.		Sestrojíme vrchol A1=Rotace[A, UhelMin, Primka[T,V]] rozevřené sítě oto-
	Vstup:	čením bodu A kolem přímky TV o úhel UhelMin, obdobně sestrojíme bod
		A2=Rotace[A,UhelMax,Primka[T,V]] <b>otočením o úhel</b> UhelMax.
		Sestrojíme hranici rozevírajícího se pláště tvořenou úsečkou
19.	Vstup:	Hrana1=Usecka[A1,V], úsečkou Hrana2=Usecka[A2,V], a kruhovým
		<b>obloukem</b> HranaOblouk=KruhOblouk3Body[A1,A,A2].
20.	Vstup:	Hranici rozevírajícího se pláště otočíme o úhel UhelRot=p*( $\pi$ -Uhel[S,A,V]),
		získáme otočenou úsečku Hranal'=Rotace[Hranal, UhelRot, A, OsaY],
		úsečku Hrana2'=Rotace[Hrana2, UhelRot, A, OsaY], a kruhový oblouk
		HranaOblouk'=Rotace[HranaOblouk, UhelRot, A, OsaY]. Ve vlastnos-
		tech nastavíme tloušťku a barvu hran. Skryjeme nepotřebné objekty.

#### Konstrukce

V poslední části vyplníme vytvořenou hranici sítě parametricky zadanou plochou.

Nejdříve si připomeneme dvě parametrizace kuželové plochy s daným vrcholovým úhlem  $2\varphi$ . Pravá kuželová plocha (bude použita v dalším postupu) vznikla z levé pouze změnou ve funkci f3 (u, v), výraz u je nahrazen výrazem (s-u), kde s je délka strany kuželu (velikost površky).



Dále si připomeneme transformační vztahy pro rotaci kolem osy y a kolem rovnoběžky s osou y procházející bodem (R, 0, 0) na ose x.



Transformační vztahy vpravo použijeme pro rotaci parametrizované plochy (pravý obrázek na předchozí straně). Souřadnice bodu na ploše závisí na parametrech u a v, proto použijeme místo (x, y, z) výrazy (f1(u, v), f2(u, v), f3(u, v)). Meze pro parametr v omezíme hodnotami UhelMin a UhelMax. Protože parametrizovaná plocha nemá podstavu ve stejné rovině jako pomocný kužel PomKuzel z předchozí části postupu, budeme parametrizovanou plochu rotovat nejenom o úhel UhelRot, ale přidáme ještě úhel Uhel[S, A, T] mezi rovinami podstav kuželů, tj. budeme rotovat o úhel  $\beta$ =UhelRot+Uhel[S, A, T].

#### Konstrukce

21.	Vstup:	Spočítáme $\varphi$ =Uhel[T,V,A] (odchylka površky s od přímky TV), úhel skryjeme.		
22	Vstup:	Zadáme funkce f1(u,v)=u cos(v) sin( $\varphi$ ); f2(u,v)=u sin(v) sin( $\varphi$ );		
~~.		f3(u,v)=(s-u) $\cos(\varphi)$ , funkce skryjeme.		
23	Vstup:	Vytvoříme parametrickou plochu ParamKuzel1 = Plocha[f1(u,v),		
20.		f2(u,v), f3(u,v), u, 0, s, v, UhelMin, UhelMax].		
24.	Vstup:	<b>Spočítáme úhel</b> $\beta$ =UhelRot + Uhel[S,A,T], <b>úhel skryjeme</b> .		
	Vstup:	Předchozí plochu otočíme o úhel $\beta$ kolem rovnoběžky s osou y procházející bo-		
		dem (R, 0, 0) a posuneme o vektor (x (A) -R, y (A), z (A)), do vstupu zapíšeme		
25		ParamKuzel2 = Plocha[x(A)+(f1(u,v)-R)cos( $\beta$ )+f3(u,v)sin( $\beta$ ),		
25.		$y(A) + f2(u, v), z(A) - (f1(u, v) - R) sin(\beta) + f3(u, v) cos(\beta), u, 0, s, v,$		
		UhelMin,UhelMax]. Ve vlastnostech ParamKuzel2 změníme barvu, neprů-		
		hlednost, tloušťku čáry zmenšíme na 0. Pomocné objekty skryjeme.		
26		Ve vlastnostech objektu plast v záložce Pro pokročilé nastavíme podmínku		
20.		<b>zobrazení</b> ¬JeDefinovan[PomKuzel].		





# Využití GeoGebry ve výuce matematiky a geometrie $3\mu$ **2016**

## Publikování a sdílení materiálů

Zuzana Morávková

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie, VŠB-TU Ostrava

#### Abstrakt:

Vytvořené materiály lze nahrát na web geogebra.org ve formě pracovních listů a tím je zpřístupnit dalším uživatelům, studentům nebo kolegům. Pracovní listy lze sdružovat do knih a připravit tak soubor úkolů nebo pomůcek k danému tématu. Pracovní listy i knihy mohou mít několik úrovní přístupu. Web geogebra.org nabízí html kód pro vložení na své vlastní webové stránky, kde se pomůcka zobrazí. Výhodou publikování materiálů na geogebra.org je možnost spuštění pracovních listů přímo v prohlížeči a to i pro uživatele, kteří nemají program GeoGebra nainstalován na svém zařízení.

Příspěvek vznikl za podpory projektu IRP 1/2016 *Příprava studijních materiálů z matematiky pro nový studijní obor Aplikované vědy a technologie*. Autorka také děkuje za podporu svému pracovišti.

## Publikování a sdílení materiálů

Úvodní strana webu geogebra.org nabízí prohlížení materiálů uživatelům z celého světa, spuštění programu přímo v okně prohlížeče nebo stažení programu pro různé platformy a operační systémy.



Obrázek 5: Úvodní strana webu geogebra.org

Registrace a přihlášení

Na webu (obrázek 5) se přihlásíme pomocí konta na uvedených sítích či službách (obrázek 6a) nebo snadno vytvoříme účet pomocí registrace přímo na geogebra.org (obrázek 6b).

Registrovat pomocí GeoGebra loginu E-mail (Platná emailová adresa (vyžadována, nebude nikde zobraz)
E-mail Platná emailová adresa (vyžadována, nebude nikde zobraze
Uživatelské jméno Veřejně zobrazené jméno
Heslo Silné heslo o alespoñ 6 znacích
Potvrzení hesla
Nejsem robot
Vytvořením účtu potvzujete naše <u>Podmínky užití a ochrana údajů</u> .
Vytvořit účet

Po přihlášení se v pravém horním rohu stránky objeví naše jméno a menu (obrázek 7). Kliknutím na jméno se zobrazí stránka s našimi pracovními listy, knihami, oblíbenými pomůckami nebo materiály, které s námi sdílejí ostatní uživatelé (obrázek 7).

GeoGebra			Zuzana Moravkova 🕂 🔍	:
Zuzana Moravkov       Image: Solution of the solution o	C () / SLEDOVÁN		♀       Spustit GeoGebru         ♀       Vytvořit pracovní list         ♥       Vytvořit Knihu         ▲       Nahrát soubor         ♀       Vytvořit skupinu         ♀       Přídat se do skupiny	⊥       Stáhnout         世       Blog         ③       Nápověda         本       Nastavení účtu         ⊡       Odhlásit
Materiály      Skupiny      Skupiny     Iliedat materiály	edovaní		+ přid/	AT ĄŻ
<ul> <li>Knihy</li> <li>Pracovní listy</li> <li>Oblíbené</li> <li>Sdíleno se mnou</li> </ul>			Vedratická funkce vizetická funkce vizetická vizetick vizetická vizetická vizetick vizetick vizetick vizetick vizetick vizetic	
Srdce <u>Zuzana Moravkova</u> 25. října 2016 Čepice s b <u>Zuzana Morav</u> 25. října 2016	ambulí <sup>kova</sup>	Sluníčko Zuzana Moravkova 24. října 2016	Kvadraticka funkce Zuzana Moravkova 15. září 2016	:

Obrázek 7: Moje materiály

#### Vytvořit pracovní list

Pracovní list tvoří GeoGebra soubor, který nahrajeme na web a doplníme informace o věkové skupině, pro kterou je určen, jazyk, případně lze pomůcku doplnit obrázkem, PDF souborem apod. Pracovní list je dostupný na internetu a (podle úrovně přístupu, kterou si zvolíte) přístupný i dalším uživatelům. Pracovní list lze nadále upravovat nebo ho smazat.

Z hlavního menu (obrázek 7) vybereme položku *Vytvořit pracovní list*. Otevře se stránka (obrázek 8), která nám umožní vložit GeoGebra soubor, doplnit jej informacemi, obrázkem a jinými prvky.

Název		
Vložit		
Text	Video	
GeoGebra	Obrázek	
Webový prvek	PDF soubor	
Vložit úlohu		
? Otázka	GeoGebra cvičení	
Uložit a zavřít <u>Stor</u>	10	
Nastavení pracovního listu	÷	

Obrázek 8: Vytvoření pracovního listu

#### Vložení textu



Pro úpravy textu lze zapnout menu A pro formátování textu. Můžeme vkládat text tučný, skloněný, podtržený, přeškrtnutý, měnit barvu a velikost. Samozřejmostí je možnost text zarovnávat vlevo, vpravo nebo centrovat, vkládat tabulku nebo vytvořit číslovaný či nečíslovaný seznam. Lze vložit odkaz, obrázek pomocí url nebo ikony GeoGebry (obrázek 9).



Obrázek 9: Dostupné ikony GeoGebry

Matematické vzorce lze vkládat buď jako T<sub>E</sub>Xové sekvence mezi [math] a [/math] nebo výběrem z menu  $\frac{1}{2}$ . Tvorbě matematických vzorců v La VeT<sub>E</sub>Xu se věnuje například [1].

#### Vložení GeoGebra appletu



Appletem se rozumí samotný ggb soubor. Můžeme nahrát soubor ze svého počítače nebo vybrat z již nahraných appletů na geogebra.org.

- hledat applet vyhledávání mezi nahranými applety, a to jak svými, tak jiných uživatelů
- nahrát applet nahrání appletu (ggb souboru) ze svého počítače
- vytvořit applet vytvoření appletu v online verzi GeoGebry

#### Vložení souboru s obrázkem, videem nebo pdf



Obrázek



Soubory vložíme pouhým přetažením myší ze svého počítače. U obrázku můžeme změnit jeho velikost a přidat popis.

#### Nastavení pracovního listu

Zcela dole na stránce (obrázek 8) lze rozkliknout možnosti nastavení (obrázek 10).

<ul> <li>Nastavení pracovního</li> </ul>	listu 🌣
Obrázek pro náhled	co co
	Změnit obrázek Použít výchozí
Krátký souhrn	
Cîlová skupina (věk)	Věk: 3 – 19+
Klíčová slova	
Jazyk	Czech / Čeština
Sdílení	Veřejný
	Sdílet odkazem Soukromý

Obrázek 10: Nastavení pracovního listu

Pracovnímu listu lze nastavit jazyk, ve kterém je vytvořen, věkovou skupinu, pro kterou je určen a klíčová slova pro vyhledávání (povinná položka). Dále nastavíme úroveň přístupu

- veřejný je volně dostupný na webu geogebra.org (vhodné pro již dokončené listy),
- **sdílet odkazem** mohou ho vidět i ostatní, znají-li odkaz (např. mailem pošleme odkaz kolegovi nebo vložíme odkaz na své stránky),
- soukromý materiál vidí pouze autor (vhodné pro rozpracované či nedokončené pracovní listy).

Materiály, které nejsou v přehledu veřejně přístupné, jsou označeny ikonou a.

#### Vytvořit knihu

Kniha slouží ke sdružování pracovních listů. Vkládat je možné nejen své pracovní listy, ale i pracovní listy jiných uživatelů. Kniha má titulní stranu, kterou tvoří název, obrázek a popis, dále přístup, věk uživatele, jazyk a klíčová slov. Pořadí kapitol měníme pouhým přetažením myší, stejně jako pořadí pracovních listů v kapitolách (obrázek 11).

← Upravit Knihu: Dife	erenciální počet	
Obsah Titulní strana		Zobrazit Knihu
Kapitoly	aplikace	
1. aplikace	1 Tečna a normála ke graf 13. ledna 2014 - 1602 Zuzana Moravkova	u fu
	2 Taylorův polynom 1. listopadu 2012 - 19:34 Zuzana Moravkova	
	3 Lokální extrémy funkce 14. ledna 2014 - 10:41 Zuzana Moravkova	

Obrázek 11: Úprava knihy

### Další práce s pracovním listem nebo knihou

Potřebujeme-li pracovní list nebo knihu dále upravovat, smazat, přejmenovat, stáhnout nebo sdílet, pak v přehledu materiálů postačí kliknout na ikonu . Zobrazí se menu, které nám tyto činnosti nabídne.

#### Sdílení

Pracovní listy i knihy můžeme sdílet s dalšími uživateli. Lze sdílet odkaz na sociálních sítích (obrázek 12) nebo poslat odkaz e-mailem.



#### Obrázek 12: Sdílení odkazu

Další možností je zobrazení pomůcky přímo na svých webových stránkách. Lze okopírovat nabízený html kód nebo kód pro vložení do MediaWiki nebo Google Site (obrázek 13). V případě html kódu je pomůcka zobrazen pomocí tagu iframe. Podrobným popisem tohoto tagu se zabývá například článek [2].

Skupina 📎 🤇	Odkaz @ E-mail  Vlo	ožit do stránky	
iframe scrolling="no' height/527/border/88	' src="https://www.geogebra.org 88888" width="872px" height="5	g/material/iframe/id/Y3rAvfdU/ 527px" style="border:0px;"> </th <th>width/872 iframe&gt;</th>	width/872 iframe>
Vložit do stránky	<applet 1="" bez="" názvu=""></applet>	HTML	
Velikost appletu	Šířka 872 Výška 52	7 🗹 Zachovat poměr s	stran
Zobrazit	🗌 Vstupní pole	🗆 Menu	
	🗆 Formátovací panel	🗆 Panel nástrojů	
	🗌 Tlačítko pro restart konstru	kce	
Nastavení appletu	🗆 Povolit pravé kliknutí, zoon	n a úpravy pomocí klávesnice	
	🗆 Povolit posun popisků myš	í Zuz	
	🗌 Povolit posun a zoom		

Obrázek 13: Html kód

- [1] J. Rybička: Latex pro začátečníky, Konvoj, 2003
- [2] D. Janovský: *Iframe: vnořený rám*, jakpsatweb.cz [online], dostupné z: http://www.jakpsatweb.cz/iframe.html

## Obsah

Práce s tabulkou a nákresnou - hod kostkou
Příklad 1: Pravděpodobnost - hod kostkou
Rotační plochy v GeoGebře IX
Příklad 2: Rotační plochy
3D modelování prostorových úloh v deskriptivní geometrii
Příklad 3: Kulová plocha
Konstrukce trojúhelníků
Příklad 4: Konstrukce trojúhelníků
Síť jehlanu a kuželu v GeoGebře
Příklad 5: Síť jehlanu
Příklad 6: Síť kuželu
Publikování a sdílení materiálů